

Numerik I

1. Übung

Aufgabe 1.1

Der Ausdruck

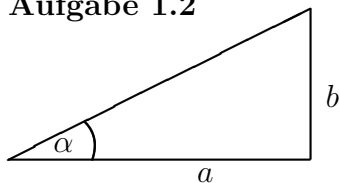
$$f = (\sqrt{2} - 1)^6 \quad (1)$$

soll ausgewertet werden, indem für $\sqrt{2}$ der Näherungswert 1.4 verwendet wird. Man kann den Näherungswert entweder in (1) oder in einen der folgenden äquivalenten Ausdrücke einsetzen (Zeigen Sie, dass diese tatsächlich äquivalent sind!):

$$\frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^6}, \quad (3 - 2\sqrt{2})^3, \quad \frac{1}{(3 + 2\sqrt{2})^3}, \quad 99 - 70\sqrt{2}, \quad \frac{1}{99 + 70\sqrt{2}}$$

Mit welcher Alternative erzielt man das beste Resultat? Argumentieren Sie mit Hilfe der (relativen) Konditionszahlen.

Aufgabe 1.2



Der Winkel α wird durch Bestimmung von $a = 1.25 \pm 0.01 \text{ m}$ und $b = 0.93 \pm 0.01 \text{ m}$ gemessen.

Schätzen Sie den relativen Fehler von α im Bogenmaß, der sich aus den Meßfehlern von a und b ergeben kann.

Aufgabe 1.3

- Untersuchen Sie die Auswertung der trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus. Für welche Argumente ist ihre Berechnung gut, für welche schlecht konditioniert?
- Wie würde man zweckmäßigerweise die Funktion $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x}$ für Argumente $0 < x \ll 1$ auswerten?
Berechnen Sie $f(10^{-4})$ mit einem Fehler kleiner als 10^{-10} .

Aufgabe 1.4

Man gebe einen Weg zur experimentellen Bestimmung der Maschinengenauigkeit

$$\text{eps} := \max_{x \in D, x \neq 0} \left| \frac{\text{rd}(x) - x}{x} \right|$$

an. Dabei kann verwendet werden, dass für die Maschinenoperation \oplus gilt:

$$x \oplus y = (x + y)(1 + \varepsilon), \quad x, y \in D, \quad |\varepsilon| \leq \text{eps}.$$

Abgabe: Donnerstag, den 26.10.06.