

Algebra I Übungsblatt 9

Aufgabe 36:

Sei K ein Körper, p eine Primzahl und $\varphi : K \longrightarrow K$ definiert durch $\varphi(a) = a^p$ für alle $a \in K$. Zeigen Sie, dass φ genau dann ein Körperhomomorphismus ist, wenn K die Charakteristik p besitzt.

Aufgabe 37:

- a) Zeigen Sie, dass jedes Polynom in $\mathbb{R}[x]$ mit ungeradem Grad eine reelle Nullstelle besitzt.
- b) Bestimmen Sie alle irreduziblen Polynome in $\mathbb{R}[x]$.

Aufgabe 38:

Bestimmen Sie für die folgenden Polynome den Zerfällungskörper über \mathbb{Q} :

- a) $x^3 - 2$,
- b) $x^4 - 5x^2 + 6$,
- c) $x^{p-1} + \dots + x + 1$, p prim.

Aufgabe 39:

Sei K ein Körper. Zeigen Sie, dass der algebraische Abschluss \bar{K}/K bis auf K -Isomorphie eindeutig ist. Begründen Sie, weshalb solch ein K -Isomorphismus zwischen algebraischen Abschlüssen nicht eindeutig bestimmt ist.

[Hinweis: Verwenden Sie das Zornsche Lemma.]

Aufgabe 40:

Bestimmen Sie den Grad der Körpererweiterung $\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}$.