

1. Übungsblatt zu „Analysis II für Lehramt Gymnasium“ Sommersemester 2007

Abgabetermin: Donnerstag, 5.4.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 1: Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz.

$$\text{a) } \int_{1\downarrow}^2 \frac{dx}{\log x} \quad \text{b) } \int_1^{\uparrow\infty} \sin^2 \frac{1}{x} dx \quad \text{c) } \int_0^{\uparrow\infty} x^2 e^{-x} dx$$

Aufgabe 2: Es seien $f, g \in \mathcal{C}(0, 1]$, so dass $\int_{0\downarrow}^1 f(x) dx$ und $\int_{0\downarrow}^1 g(x) dx$ (absolut) konvergieren. Beweisen oder widerlegen Sie, dass dann auch $\int_{0\downarrow}^1 f(x)g(x) dx$ (absolut) konvergiert.

Aufgabe 3: Es sei $f \in \mathcal{C}(-\infty, b]$, so dass $\int_{-\infty\downarrow}^b f(x) dx$ konvergiert. Desweiteren sei

$$F(x) := \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad \text{für } x \in (-\infty, b].$$

Zeigen Sie, dass $F \in \mathcal{C}^1(-\infty, b]$ ist, und berechnen Sie F' .

Hinweis: Verwenden Sie den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.

Aufgabe 4: Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung und Stammfunktion der rationalen Funktion

$$\frac{9x^2 - 35x + 36}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}.$$