Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

5. Übungsblatt zu „Analysis II für Lehramt Gymnasium“
Sommersemester 2007

<u>Abgabetermin:</u> Donnerstag, 10.5.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 17: $f_n, g_n, h_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$f_n(x) := \frac{x^{2n}}{1+x^{2n}}, \qquad g_n(x) := e^{-nx^2}, \qquad h_n(x) := \sqrt{\frac{1}{n} + x^2} \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

Untersuchen Sie die Funktionenfolgen (f_n), (g_n), (h_n) jeweils auf punktweise und auf gleichmäßige Konvergenz.

Aufgabe 18: Eine Funktionenfolge $(f_n) \subseteq \mathcal{F}(\mathbb{R})$ konvergiere gleichmäßig gegen $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$. Desweiteren sei $g \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ gleichmäßig stetig. Zeigen Sie, dass $g \circ f_n$ gleichmäßig gegen $g \circ f$ konvergiert.

Aufgabe 19: Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum\limits_{k \geq 0} \frac{\sin kx}{2^k}$ auf $\mathbb{R}$ gleichmäßig gegen eine stetig differenzierbare Funktion konvergiert.

Aufgabe 20: Bestimmen Sie den Konvergenzradius folgender Potenzreihen.
a) $\sum\limits_{k \geq 0} (k^5 \log(k+1) + k^2) x^k$ **b)** $\sum\limits_{k \geq 0} 3^{\frac{k}{2}} e^{-k} x^k$ **c)** $\sum\limits_{k \geq 0} a_k (x-a)^{mk}$

für $m \in \mathbb{N}$, wobei $\sum\limits_{k \geq 0} a_k (x-a)^k$ den Konvergenzradius $\rho = 2$ habe.