

6. Übungsblatt zu „Analysis II für Lehramt Gymnasium“ Sommersemester 2007

Abgabetermin: Mittwoch, 16.5.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 21: Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\left| \cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \right| \leq \frac{x^4}{24}$$

Hinweis: Satz von Taylor (Theorem 28.6) mit geeigneter Restglied-Darstellung

Aufgabe 22: Berechnen Sie die Potenzreihenentwicklung der Funktion \arcsin in 0.

Aufgabe 23: Berechnen Sie die Potenzreihenentwicklung der Funktion Artanh in $\frac{1}{2}$.

Hinweis: Beachten Sie, dass

$$\operatorname{Artanh}'(x) = \frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} \right)$$

für $|x| < 1$ gilt.

Aufgabe 24: Eine *Differentialgleichung* ist eine Gleichung, in der eine Funktion $y = y(x)$ und deren Ableitung(en) auftreten. Finden Sie (eventuell durch Raten) Lösungen der folgenden Differentialgleichungen.

- a) $y' = Cy$ für eine gegebene Konstante $C \in \mathbb{R}$
- b) $y' = xy$
- c) $y' = a(x)y$ für eine gegebene Funktion $a \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$