Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

8. Übungsblatt zu „Analysis II für Lehramt Gymnasium“
Sommersemester 2007

<u>Abgabetermin:</u> Donnerstag, 31.5.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 29: Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz.

a) $\left(\frac{i^n}{1+ni}\right)$ **b)** $\left(\frac{e^{2n}}{(3+4i)^n}\right)$ **c)** $\left(\frac{n^2}{(4+5i)n^2+(3+i)^n}\right)$

Aufgabe 30: Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{(2+i)z^2+2z+4i}{z^3+z^2+4z+4} \in \mathbb{C}(z)\,.$$

Aufgabe 31: a) Es gelte $\alpha_j \to \alpha$ in $\mathbb{K}$ und $x_j \to x$, $y_j \to y$ in einem normierten Raum E. Zeigen Sie, dass $\|x_j\| \to \|x\|$ und $\alpha_j x_j + y_j \to \alpha x + y$ gilt.

b) Es sei $\langle\,,\rangle$ ein Skalarprodukt auf E. Zeigen Sie, dass unter den Voraussetzungen von Teil a) $\langle x_j, y_j\rangle \to \langle x, y\rangle$ gilt.

Aufgabe 32: a) Es sei (X,d) ein metrischer Raum. Beweisen Sie, dass durch

$$d^*(x,y) \;:=\; \frac{d(x,y)}{1+d(x,y)} \qquad \text{für } x,y \in X$$

eine weitere Metrik auf X definiert wird.

b) Zwei Metriken d_1 und d_2 auf X heißen *äquivalent*, wenn Konstanten $C, D > 0$ existieren, so dass

$$C \cdot d_1(x,y) \;\leq\; d_2(x,y) \;\leq\; D \cdot d_1(x,y)$$

für alle $x, y \in X$ gilt. Untersuchen Sie, ob d und d^* äquivalent sind.