

## 9. Übungsblatt zu „Analysis II für Lehramt Gymnasium“ Sommersemester 2007

Abgabetermin: Mittwoch, 6.6.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 33:** Untersuchen Sie die folgenden auf  $\mathbb{R}^2$  definierten Funktionen auf Stetigkeit.

$$\text{a) } f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{falls } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{b) } g(x, y) := x \cdot f(x, y)$$

$$\text{c) } h(x, y) := \text{sign}(x + y) \cdot \sin(x^2 + y^2)$$

**Aufgabe 34:** Zeigen Sie, dass die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{falls } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

partiell stetig und sogar auf jeder Geraden durch den Nullpunkt stetig ist. Ist  $f$  im Nullpunkt stetig?

**Aufgabe 35:** Es sei  $f(x, y) := x$  für  $x, y \geq 0$  und  $f(x, y) := y$  für  $x, y \leq 0$ . Definieren Sie  $f(x, y)$  für  $xy < 0$  so, dass eine stetige Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  entsteht.

**Aufgabe 36:** Es sei  $I \subseteq \mathbb{R}$  ein offenes Intervall und  $f \in \mathcal{C}^1(I, \mathbb{R})$ . Zeigen Sie, dass die Funktion  $\tilde{\Delta}f : I \times I \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\tilde{\Delta}f(x, y) := \begin{cases} \frac{f(y)-f(x)}{y-x} & \text{falls } y \neq x \\ f'(x) & \text{falls } y = x \end{cases}$$

stetig ist. (Hinweis: Mittelwertsatz)