Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

10. Übungsblatt zu „Analysis II für Lehramt Gymnasium“
Sommersemester 2007

<u>Abgabetermin:</u> Donnerstag, 14.6.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 37: Bestimmen Sie jeweils $\overline{M}$, M° und ∂M für folgende Mengen $M \subseteq \mathbb{R}^2$.

a) $M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$

b) $M := \left\{ \left(x, \cos\frac{1}{x}\right) \mid 0 < x \leq \frac{1}{\pi} \right\}$

c) $M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 4\}$

d) $M := \mathbb{Q}^2$

Aufgabe 38: Geben Sie einen direkten Beweis für Feststellung 33.9 c) der Vorlesung an: Beliebige Durchschnitte und endliche Vereinigungen abgeschlossener Mengen sind abgeschlossen.

Aufgabe 39: Es seien X, Y metrische Räume und $f : X \to Y$ stetig.

a) Geben Sie eine Menge $M \subseteq X$ mit $f(\overline{M}) \neq \overline{f(M)}$ an.

b) Ist $f(X)$ stets offen oder stets abgeschlossen in Y?

Aufgabe 40: Es seien X, Y metrische Räume und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass f genau dann gleichmäßig stetig ist, falls für zwei Folgen $(x_n), (y_n) \subseteq X$ stets gilt: $d(x_n, y_n) \to 0 \;\Rightarrow\; d(f(x_n), f(y_n)) \to 0$