Prof. Dr. Karl Friedrich Siburg
Martin Hülsmann

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

8. Hausaufgabenblatt zu gewöhnlichen Differentialgleichungen
SS 2007, 29.05.2007

Aufgabe 24 Beweisen Sie Korollar 5.3 aus der Vorlesung:
Ist $f(x,\lambda)$ ein C^k-Vektorfeld (bzgl. x und λ), so sind alle Lösungen der Differentialgleichung $\dot{x} = f(x,\lambda)$ bezüglich λ k-mal stetig differenzierbar.

Aufgabe 25 Es sei $\dot{x} = f(x)$ und Σ ein transversaler Schnitt durch $x_0 = \varphi^{t_0}(y_0)$. Zeigen Sie, dass eine offene Umgebung U von y_0 und eine eindeutig bestimmte Funktion $\tau \in C^1(U,\mathbb{R})$ existiert, mit $\tau(y_0) = t_0$ und $\varphi^{\tau(y)}(y) \in \Sigma$ für alle $y \in U$. Skizzieren Sie ihre Beweisidee!

Aufgabe 26 Es sei $\mu > 0$ und die DGL

$$\begin{cases} \dot{x} &= & y \\ \dot{y} &= & x - x^3 - \mu y(2y^2 - 2x^2 + x^4) \end{cases}$$

gegeben.

a) Untersuchen Sie, ob die Funktion $L \in C^1(\mathbb{R}^2,\mathbb{R})$, die durch $L(x,y) := \dfrac{y^2}{2} - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{4}$ definiert ist, eine Liapunov-Funktion ist.

b) Zeigen Sie, dass die Menge $L^{-1}(0)$ eine invariante Menge für die DGL ist.

c) Skizzieren Sie das Phasenportrait.

d) Bestimmen Sie die $\omega-$Limesmengen von $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

Abgabe: Dienstag, 5.6.2007, bis 12:00 Uhr, in den Briefkasten Nr. 80 (Gruppe 1 und 3) oder Nr. 81 (Gruppe 2) im Mathematik-Foyer.