Universität Dortmund
Lehrstuhl Mathematik IX
Prof. Dr. K. Menke

Funktionentheorie I

2. Übungsblatt, SS 2007

Aufgabe 1

Im Gebiet G sei $f = u + iv$ winkeltreu. Weiter seien u und v stetig partiell differenzierbar. Zeigen Sie, daß f holomorph in G ist, und daß $f'(z) \neq 0$ in G gilt.

Aufgabe 2

a) Es sei $g(z) = \frac{1}{z}$ und $K_r(z_0)$ der Kreis um z_0 mit Radius r. Beweisen Sie für $0 \notin \partial K_r(z_0)$

$$g(\partial K_r(z_0)) = \left\{ z \in \mathbb{C} \ : \ \left| z - \frac{\overline{z_0}}{|z_0|^2 - r^2} \right| = \frac{r}{\left||z_0|^2 - r^2\right|} \right\} .$$

Wie lautet $g(\partial K_r(z_0))$ im Falle $0 \in \partial K_r(z_0)$?

b) Folgern Sie, daß Möbius-Transformationen Kreise oder Geraden auf Kreise oder Geraden abbilden. *Hinweis*: Verwenden Sie die Zerlegung in ganze lineare Abbildungen und eine Inversion.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie eine Möbius-Transformation T, die den Einheitskreis konform auf die Halbebene $\{z \in \mathbb{C} \ : \ \mathrm{Re}\, z + \mathrm{Im}\, z > 1\}$ mit $T(0) = 1 + 2i$ abbildet.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Menge aller Möbius-Transformationen, die die obere Halbebene $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} \ : \ \mathrm{Im}\, z > 0\}$ wieder auf $\mathbb{H}$ abbilden.

Abgabe: 16.04.2007, 10 Uhr in den Kasten

Übungsblätter und Informationen zu Vorlesung und Übungen finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ft/ss07/`