

## Funktionentheorie I

### 5. Übungsblatt, SS 2007

#### Aufgabe 1

Berechnen Sie folgende reelle Integrale:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^4 + 1} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 1} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sin^2 x} dx .$$

#### Aufgabe 2

Zeigen Sie mit Hilfe des Argumentprinzips, daß  $f(z) = \sin z$  das Gebiet

$$\left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z > 0, |\operatorname{Re} z| < \frac{\pi}{2} \right\}$$

schlicht auf die obere Halbebene  $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z > 0\}$  abbildet.

#### Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen von  $f(z) = \cos z + 3z^n$ , ( $n \in \mathbb{N}$ ) in  $\mathbb{D}$ .

b) Beweisen Sie, daß alle Nullstellen von

$$p(z) = z^4 - z^3 + 4$$

im Kreisring  $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$  liegen.

#### Aufgabe 4

Man zeige: Die Funktionenfolge

a)  $T_n(z) = \frac{z}{nz + 1}$  konvergiert in  $\mathbb{C}$  punktweise, in  $\mathbb{C} \setminus \{0\}$  lokal gleichmäßig, aber in keiner Umgebung von 0 gleichmäßig.

b)  $f_n(z) = ze^{-nz^2}$  konvergiert in  $\mathbb{R}$  gleichmäßig, aber in keiner Umgebung von 0 lokal gleichmäßig.

**Abgabe: 14.05.2007, 10 Uhr**

Übungsblätter und Informationen zu Vorlesung und Übungen finden Sie unter  
<http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsex/uebungen/ft/ss07/>