Universität Dortmund
Lehrstuhl Mathematik IX
Prof. Dr. K. Menke

Funktionentheorie I

6. Übungsblatt, SS 2007

Aufgabe 1

Beweisen Sie:

a) Die Folge (f_n) mit $f_n(z) = \tan nz$ konvergiert in $\mathbb{H} = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ lokal gleichmäßig gegen i.

b) In $\{z : |\operatorname{Im} z| < \log 5\}$ konvergiert die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5^{-n} \cos nz$$

lokal gleichmäßig.

Aufgabe 2

Welche Funktionenfamilien sind normal, endlich normal, kompakt oder endlich kompakt?

a) $\mathcal{F} = \{$ ungerade Polynome vom Grad $\leq 5\}$ in $\mathbb{C}$,

b) $\mathcal{F} = \{f : f(z) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n z^n,\ |a_n| < n^4\}$ in $\mathbb{D}$,

c) $\mathcal{F} = \{f : |f(0)| \leq 1,\ |f'(z)| \leq \dfrac{1}{1-|z|^2}\}$ in $\mathbb{D}$,

d) $\mathcal{F} = \{f : f(z) = z^n,\ n \in \mathbb{Z}\}$ in $\mathbb{C}\backslash\overline{\mathbb{D}}$.

Aufgabe 3

Es sei f holomorph in $K_R(0)$ und die Familie der Ableitungen

$$\mathcal{F} = \{f^{(n)} : n \in \mathbb{N}\}$$

sei endlich normal.
Dann ist f ganz und $\mathcal{F}$ in $\mathbb{C}$ endlich normal.

Aufgabe 4

Es sei $\mathbb{H} = \{z : \operatorname{Re} z > 0\}$ die rechte Halbebene. Für ein Gebiet $G \subset \mathbb{C}$ sei

$$\mathcal{F} = \{f \mid f : G \to \mathbb{H} \text{ holomorph}\}\,.$$

Für feste $z_0 \in G$, $c_0 \in \mathbb{C}$ sei weiter $\mathcal{H} = \{f \in \mathcal{F} : f(z_0) = c_0\}$. Dann ist $\mathcal{F}$ normal und $\mathcal{H}$ ist endlich normal.

Abgabe: 21.05.2007, 10 Uhr

Übungsblätter und Informationen zu Vorlesung und Übungen finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ft/ss07/`