

Funktionentheorie I

9. Übungsblatt, SS 2007

Aufgabe 1

Sind die folgenden Produkte konvergent? Wie lauten gegebenenfalls ihre Grenzwerte?

a) $\prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, b) $\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1}$,

c) $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right)$, d) $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)$.

Aufgabe 2

Für $z \in \mathbb{D}$ gilt $\prod_{n=0}^{\infty} (1 + z^{2^n}) = \frac{1}{1 - z}$.

Aufgabe 3

Sei $a_n \in \mathbb{C}$ für $n \in \mathbb{N}_0$ und sei $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|^2$ konvergent. Dann gilt

$$\prod_{n=0}^{\infty} (1 + a_n) \text{ ist konvergent} \iff \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ ist konvergent.}$$

Aufgabe 4

$$G(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right) e^{-\frac{z}{n}}$$

konvergiert lokal gleichmäßig in \mathbb{C} und

$$h_n(z) = \frac{z(z+1)(z+2)\cdots(z+n)}{n! \exp(z \log n)}$$

konvergiert lokal gleichmäßig in \mathbb{C} gegen $z e^{\gamma z} G(z)$, wobei γ die Euler-Mascheroni-Konstante ist.

Abgabe: 11.06.2007, 10 Uhr

Übungsblätter und Informationen zu Vorlesung und Übungen finden Sie unter
<http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsex/uebungen/ft/ss07/>