Universität Dortmund
Lehrstuhl Mathematik IX
Prof. Dr. K. Menke

Funktionentheorie I

13. Übungsblatt, SS 2007

Aufgabe 1

Die Potenzreihe $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ sei konvergent im Einheitskreis. Die durch sie dargestellte Funktion sei in das Gebiet

$$D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1 + \delta\} \setminus \{1\}$$

analytisch fortsetzbar ($\delta > 0$) und habe einen einfachen Pol bei $z = 1$. Man zeige, daß die Koeffizientenfolge (a_n) konvergiert.

Aufgabe 2

Die Potenzreihe $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ habe den Konvergenzradius 1. Sind alle $a_n \geq 0$, so ist f nicht längs $\overrightarrow{[0,1]}$ analytisch fortsetzbar.

Aufgabe 3

Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet. Jede in einem Teilgebiet G_0 von G holomorphe Funktion, die sich längs jedes Weges aus G mit Anfangspunkt in G_0 analytisch fortsetzen läßt, lasse sich analytisch nach G fortsetzen. Dann ist G einfach zusammenhängend.

Aufgabe 4

Die Funktion f sei holomorph in $\mathbb{D}$, $\sqrt[m]{z}$ irgendeine fest gewählte holomorphe Wurzel in einem einfach zusammenhängenden Teilgebiet $D \subset \mathbb{D} \setminus \{0\}$. Dann kann die Funktion

$$g(z) = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{m-1} f\left(e^{2\pi i k/m} \sqrt[m]{z}\right)$$

analytisch nach $\mathbb{D}$ fortgesetzt werden.

Abgabe: 9.07.2007, 10 Uhr

Übungsblätter und Informationen zu Vorlesung und Übungen finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ft/ss07/`