

# Stochastik I

## Blatt 1

Abgabetermin: Freitag, 13. April 2007, 11.00 Uhr, in die Briefkästen im Foyer

### Wiederholen Sie folgende Begriffe:

$\sigma$ -Algebren, Wahrscheinlichkeitsmaß, Siebformel, Laplacescher Wahrscheinlichkeitsraum.

### Aufgabe 1

Es seien  $A, B, A_1, \dots, A_n$  Teilmengen einer Menge  $\Omega$ . Entscheiden Sie, welche der folgenden Gleichungen gelten:

a)  $A \setminus (A_1 \cup \dots \cup A_n) = (A \setminus A_1) \cap \dots \cap (A \setminus A_n)$ .

b)  $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$ .

c)  $(A \cup B) \cap (\Omega \setminus A) = B \cap (\Omega \setminus A)$ .

### Aufgabe 2

Es seien  $\mathcal{A}_1$  und  $\mathcal{A}_2$  zwei  $\sigma$ -Algebren über derselben Grundmenge  $\Omega$ .

a) Zeigen Sie, dass  $\mathcal{A}_1 \cap \mathcal{A}_2$   $\sigma$ -Algebren sind.

b) Finden Sie ein (möglichst einfaches) Beispiel, wo  $\mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2$  keine  $\sigma$ -Algebra ist.

### Aufgabe 3

Zwei Würfel werden unabhängig geworfen, wobei jeweils die Augenzahl 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 auftreten.

a) Die Augensumme ist  $i \in \{2, \dots, 12\}$ .

b) Das Maximum der Augen ist  $i \in \{1, \dots, 6\}$ .

c) Es wird keine Vier geworfen.

d) Die kleinste geworfene Zahl ist Vier.

#### Aufgabe 4

Ein Würfel wird dreimal geworfen. Beschreiben Sie dieses Experiment durch einen passenden Wahrscheinlichkeitsraum und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

- a) Es wird keine Vier geworfen.
- b) Die kleinste geworfene Zahl ist Vier.

#### Aufgabe 5

Es sei  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum und  $A, B, C \in \mathcal{A}$ . Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen gelten:

- a)  $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$ .
- b) Es gilt  $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$  genau dann, wenn  $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = 0$  gilt.