Prof. Dr. Norbert Steinmetz

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

5. Übungsblatt zu Analysis I
WS 2007/08, 13.11.2007

Aufgabe 18 Untersuchen Sie die Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert:

a) $a_n = \sqrt[n]{n^2+3}$ b) $a_n = \dfrac{\sqrt{n^4+1}+2n^2-3^n}{\sqrt[n]{n^2}-n^3+3^{n+1}}$

c) $a_n = \left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$ für $x = 2,\ \dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}$ d) $a_n = \sqrt[n]{a^n+b^n+c^n}$ für $a \geq b \geq c > 0$

e) $a_n = \displaystyle\prod_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k^2}\right)$ f) $a_n = \dfrac{n^n}{3^n n!}$ g) $a_n = \left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)^n$

Aufgabe 19 Für $a_1 = \dfrac{3}{2}$ sei die Folge (a_n) rekursiv durch $a_{n+1} = a_n^2 - 2a_n + 2$ definiert.

a) Zeigen Sie $1 \leq a_n \leq 2$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

b) Zeigen Sie, dass die Folge (a_n) monoton fallend ist.

c) Berechnen Sie den Grenzwert von (a_n).

Aufgabe 20 Die Folge (a_n) sei durch $a_n = \sqrt[n]{n}$ definiert.

a) Zeigen Sie, dass ein $n_0 \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $a_{n+1} < a_n$ für alle $n > n_0$ gilt.

b) Zeigen Sie, dass ein $n_0 \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $a_n - 1 \geq \dfrac{1}{n}$ für alle $n > n_0$ gilt.

Problem der Woche Zeigen Sie, dass die Folge (a_n), die duch $a_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ definiert ist, monoton fallend ist.

Abgabe: Dienstag, 21.11.2007, in den Übungen.
Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter:
`www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0708`