Prof. Dr. Norbert Steinmetz

Fakultät Mathematik
Technische Universität Dortmund

7. Übungsblatt zu Analysis I
WS 2007/08, 27.11.2007

Aufgabe 25 Untersuchen Sie folgende Reihen $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ auf (absolute) Konvergenz.

a) $a_n = \dfrac{5n}{n^2+4}$ b) $a_n = \dfrac{i^n}{n}$ c) $a_n = \dfrac{(n!)^2}{(2n)!}$

d) $a_n = \left(1 + \dfrac{2}{n+1}\right)^{-n}$ e) $a_n = \sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^2}$ f) $a_n \dfrac{1}{\sqrt{n^3+3}}$

Aufgabe 26 Untersuchen Sie folgende Reihen $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ auf (absolute) Konvergenz (ggf. in Abhängigkeit von q).

a) $a_n = 2^n q^n \quad (q \in \mathbb{R})$ b) $a_n = (-1)^n \dfrac{2+(-1)^n}{n}$ c) $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n-(-1)^n}$

d) $a_n = q^{-n}\dbinom{2n}{n} \quad (q \in \mathbb{R})$ e) $a_n = \dfrac{1}{n^{\frac{4}{3}}}$ f) $a_n = \dfrac{nq^n}{n^3+1} \quad (q \in \mathbb{R})$

Aufgabe 27

a) Beweisen Sie: Ist (a_n) eine monoton wachsende und beschränkte Folge positiver Zahlen, so konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{a_{n+1}}{a_n} - 1\right)$.

b) Zeigen oder widerlegen Sie:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ konvergent

2) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut konvergent $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ absolut konvergent

Problem der Woche Stapeln Sie Würfel der Kantenlänge 1 versetzt übereinander. Dabei soll der Schwerpunkt jedes oberen Teilstapels durch den unterliegenden Würfel gestützt werden. Wie weit kann der oberste Würfel gegenüber dem untersten Würfel versetzt sein, wenn Sie beliebig viele Würfel verwenden dürfen?

Abgabe: Dienstag, 4.12.2007, in den Übungen.
Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter:
`www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0708`