

15. Übungsblatt zu Analysis I
WS 2007/08, 4.2.2008

Eine *Asymptote* für eine Funktion $f : (x_0, \infty)$ mit $x_0 \in \mathbb{R}$ ist eine Gerade $g(x) = mx + b$ mit $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - g(x)) = 0$.

Aufgabe 59 Bestimmen Sie jeweils eine Asymptote für die Funktionen:

a) $f(x) = x - \arctan x$

b) $f(x) = 2x - \frac{\log(x + e^x)}{x}$ mit $x > 0$

c) $f(x) = \frac{x^8 e^{-x} - x^4}{(3x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}$

Aufgabe 60 Es sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit Asymptote g . Zeigen Sie, dass f gleichmäßig stetig ist.

Aufgabe 61 Es sei $f(x) = e^{-x} \sin x$. Untersuchen Sie, wo f konvex bzw. konkav ist.

Aufgabe 62 Bestimmen Sie jeweils eine Stammfunktion zu folgenden Funktionen.

a) $\log(1 + x^2)$

b) $\frac{1}{x \log(x^2)}$

c) $\frac{\sqrt{x}}{x + 1}$

d) $\frac{e^x}{1 + e^x + e^{x^2}}$

Problem der Woche (von Polyá) Es sei $P(x) = (x - x_1) \cdots (x - x_k)$ ein Polynom mit k reellen Nullstellen. Zeigen Sie für $x \in \mathbb{R}$: $P(x)P''(x) \leq (P'(x))^2$

Hinweis: Berechnen Sie $\frac{P'(x)}{P(x)}$

Der Zettel wird nicht abgegeben und voraussichtlich in der 1. Woche des nächsten Semesters besprochen.

Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter:

www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0708