

8. Übungsblatt zu „Analysis I für Lehramt Gymnasium“ Wintersemester 2007/08

Abgabetermin: Mittwoch, 19.12.07, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 29: Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x - 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^4}} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+7)^2 \sqrt{x+2}}{7x^2 \sqrt{x} - 2x \sqrt{x}}$$

Aufgabe 30: Untersuchen Sie die folgenden auf ganz \mathbb{R} definierten Funktionen in jedem Punkt auf Stetigkeit.

$$\text{a) } f(x) := x - [x] \quad \text{b) } g(x) := \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases} \quad \text{c) } h(x) := \begin{cases} x & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{falls } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

Aufgabe 31: Beweisen oder widerlegen Sie für Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$ die folgenden Aussagen.

- a) f stetig in $a \Leftrightarrow |f|$ stetig in a
- b) f, g stetig in $a \Leftrightarrow f \cdot g$ stetig in a
- c) Ist $f(x) \neq 0$ für alle x , so gilt: f stetig in $a \Leftrightarrow \frac{1}{f}$ stetig in a

Aufgabe 32: Es seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig in $a \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie, dass $\max\{f, g\}$ und $\min\{f, g\}$ stetig in a sind.