

11. Übungsblatt zu „Analysis I für Lehramt Gymnasium“ Wintersemester 2007/08

Abgabetermin: Mittwoch, 23.1.08, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 41: Entscheiden Sie, ob folgende Mengen $M \subseteq \mathbb{R}$ nach oben bzw. nach unten beschränkt sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls $\sup M$ und $\inf M$. Stellen Sie weiter fest, ob M ein Maximum oder ein Minimum besitzt.

- a) $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 10\}$ b) $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 < 27\}$
c) $M = \{1 + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ d) $M = \{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{2^m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 42: Untersuchen Sie, ob folgende Grenzwerte existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$ c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \tan x$
d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^2}\right)$

Aufgabe 43: Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen alle Intervalle, auf denen diese konvex bzw. konkav sind, und berechnen Sie alle Wendepunkte.

- a) $f : x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ b) $f : x \mapsto \tan x$ c) $f : x \mapsto \arctan x$

Aufgabe 44: Es seien $f : I \rightarrow J$ konvex und $g : J \rightarrow \mathbb{R}$ konvex und monoton wachsend. Zeigen Sie, dass $g \circ f$ konvex ist. Gilt dies auch, wenn g nicht monoton wachsend ist?