Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. Winfried Kaballo

Technische Universität Dortmund

Übungsaufgaben Analysis III, Blatt 8

Aufgabe 1. Sei $W = \{(x,y,z)^T | x^2+y^2+z^2 = 1,\ z > 0\}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+\sin x \\ z+\sin y \\ x+\sin z \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie $\int_W$ rot $\vec{v} d\vec{o}$ sowohl direkt wie auch mit Hilfe des Satzes von Stokes.

Aufgabe 2. Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale:

a) $\int\limits_{|z-1|=1} z^3 + \bar{z}\, dz$,

b) $\int\limits_C z^3 + \sin 2z\, dz$, wobei C durch die Parameterdarstellung $\phi : [0,4\pi] \to \mathbb{C},\ \phi(t) = t + i\sin t$ gegeben ist.

c) $\int\limits_{|z-1|=1/2} \frac{\sin \pi z}{z(z-1)} dz$.

Aufgabe 3. Berechnen Sie mit Hilfe der Cauchyschen Integralformeln

(i) $\int\limits_{|z|=1} \frac{z^2-1}{z^2(z+2)} dz$

(ii) $\int\limits_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2(z-2)} dz$.

Machen Sie ggf. eine Partialbruchzerlegung.

Hinweis: Bei den Aufgaben 2 und 3 werden die Kreise im entgegengesetzten Uhrzeigersinn durchlaufen.

Aufgabe 4. M sei der Teil des Zylindermantels $M = \{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2+y^2 = 4,\ 0 \le z \le 2\ , y \ge 0\}$. M sei dabei so orientiert, daß der Normalenvektor eine nichtnegative y-Komponente hat, C sei die Randkurve von M und $\vec{w}$ sei das Vektorfeld $\vec{w}(x,y,z) = (x^2 z, -2yz - \frac{z^2}{2}, 0)^T$.

Berechnen Sie $\int_C \vec{w} d\vec{x}$ sowohl direkt, als auch mit einem geeigneten Integralsatz.