Prof. Dr. Franz Kalhoff
Dipl.-Math. Sebastian Thomas

WS 2007/08
Abgabe bis Mittwoch, 24.10.2007, 10:00 Uhr
Einwurf in die Kästen im Mathefoyer

Lineare Algebra (und analytische Geometrie) I

Übungsblatt 01

Aufgabe 1 (lineare Gleichungssysteme)**.** Lösen Sie die folgenden drei linearen Gleichungssysteme:

$$\text{(a)} \left\{ \begin{array}{ccccccccccccc} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & & & & & = & 1 \\ & & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & & & & = & 2 \\ & & & & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & & & = & 3 \\ & & & & & & x_4 & + & x_5 & + & x_6 & = & 2 \\ x_1 & - & x_2 & & & & & + & x_5 & + & x_6 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & - & x_5 & + & x_6 & = & 0 \end{array} \right.$$

$$\text{(b)} \left\{ \begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & x_2 & & & - & x_4 & = & 2 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & = & -4 \\ 4x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & -2 \end{array} \right.$$

$$\text{(c)} \left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & -1 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & = & -6 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & = & -4 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & -1 \end{array} \right.$$

Aufgabe 2 (Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme)**.** Entscheiden Sie, ob die folgenden linearen Gleichungssysteme genau eine, mehrere oder keine Lösungen haben. Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

$$\text{(a)} \left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & 3z & = & 0 \\ 10x & - & 7y & - & z & = & 3 \\ -3x & - & 6y & - & 9z & = & 1 \end{array} \right.$$

$$\text{(b)} \left\{ \begin{array}{ccccccr} x & + & y & & & = & 1 \\ x & & & - & z & = & 2 \\ & & y & + & z & = & -1 \end{array} \right.$$

$$\text{(c)} \left\{ \begin{array}{rcrcr} 2x & - & 3y & = & 1 \\ -4x & + & 6y & = & -2 \end{array} \right.$$

Aufgabe 3 (lineares Gleichungssystem mit Parameter)**.** Wir betrachten das folgende lineare Gleichungssystem mit einem Parameter a:

$$\begin{array}{ccccccccl} x_1 & + & ax_2 & & & + & x_4 & = 1 \\ & & x_2 & + & ax_3 & & & = 1 \\ x_1 & & & - & x_3 & + & a^2x_4 & = 2 \end{array}$$

Für welche a ist es lösbar? Bestimmen Sie im Fall der Lösbarkeit die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems.

Aufgabe 4 (unterbestimmte lineare Gleichungssysteme)**.** Beweisen Sie mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsalgorithmus', dass ein homogenes lineares Gleichungssystem mit weniger Gleichungen als Unbekannten stets eine nicht-triviale Lösung besitzt. Zeigen Sie weiter mit Hilfe eines Gegenbeispiels, dass dies für inhomogene lineare Gleichungssysteme nicht mehr gilt.