Prof. Dr. Franz Kalhoff
Dipl.-Math. Sebastian Thomas

WS 2007/08
Abgabe bis Dienstag, 30.10.2007, 14:00 Uhr
Einwurf in die Kästen im Mathefoyer

Lineare Algebra (und analytische Geometrie) I

Übungsblatt 02

Aufgabe 5 (Gleichheit von Geraden)**.**

(a) Es sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl und es seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}^n$ mit $b \neq 0$ und $d \neq 0$. Weiter seien $g = \{a + \lambda b \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ und $h = \{c + \mu d \mid \mu \in \mathbb{R}\}$ Geraden im $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass die Geraden g und h genau dann gleich sind, wenn b, d linear abhängig sind und g und h nicht-leeren Schnitt haben.

(b) Welche der folgenden Geraden sind gleich?

$$
\begin{aligned}
g_1 &= \{(4, -6, 2) + \lambda_1(-2, 4, 6) \mid \lambda_1 \in \mathbb{R}\} \\
g_2 &= \{(6, -2, -4) + \lambda_2(-1, -2, 3) \mid \lambda_2 \in \mathbb{R}\} \\
g_3 &= \{(4, -6, 2) + \lambda_3(4, 8, -12) \mid \lambda_3 \in \mathbb{R}\} \\
g_4 &= \{(-6, 2, 4) + \lambda_4(1, -2, -3) \mid \lambda_4 \in \mathbb{R}\}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 6 (Schnittpunkt von Gerade und Ebene)**.** Es seien die Elemente

$$a = (1, 0, 0), b = (2, -1, 1), c = (0, 1, 3), d = (1, 1, 1) \text{ und } e = (-1, 0, 2)$$

aus $\mathbb{R}^3$ gegeben. Geben Sie eine Parameterdarstellung der Verbindungsgeraden von a und b sowie der Verbindungsebene von c, d und e an und bestimmen Sie deren Schnittpunkt, sofern er existiert.

Aufgabe 7 (Schnittgerade von Ebene und Ebene)**.** Schneiden sich die Ebenen

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 1\} \text{ und } F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - 3z = 0\}$$

im $\mathbb{R}^3$ in einer Geraden? Bestimmen Sie ggf. eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden.

Aufgabe 8 (Schwerpunkt eines Dreiecks bzw. eines Tetraeders)**.**

(a) In einem Dreieck heißt die Verbindungsgerade durch den Mittelpunkt einer Seite und der gegenüberliegenden Ecke eine *Seitenhalbierende*. Zeigen Sie, dass sich die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks in einem Punkt schneiden. Man nennt ihn den *Schwerpunkt* des Dreiecks.

(b) Zeigen Sie weiter, dass sich in einem Tetraeder die vier Verbindungsgeraden der Ecken mit den Schwerpunkten der jeweils gegenüberliegenden Seiten in einem Punkt schneiden. Er heißt *Schwerpunkt* des Tetraeders.