

Numerische Mathematik I

2. Übung

**Aufgabe 1**

Der Ausdruck

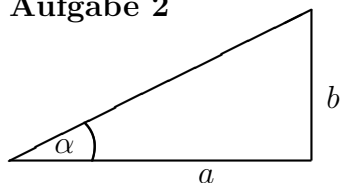
$$f = (\sqrt{2} - 1)^6 \quad (1)$$

soll ausgewertet werden, indem für  $\sqrt{2}$  der Näherungswert 1.4 verwendet wird. Man kann den Näherungswert entweder in (1) oder in einen der folgenden äquivalenten Ausdrücke einsetzen:

$$\frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^6}, \quad (3 - 2\sqrt{2})^3, \quad \frac{1}{(3 + 2\sqrt{2})^3}, \quad 99 - 70\sqrt{2}, \quad \frac{1}{99 + 70\sqrt{2}}$$

Zeigen Sie, dass diese Ausdrücke tatsächlich äquivalent sind. Wie groß ist der relative Fehler bei den sechs Näherungen? **6 Punkte**

**Aufgabe 2**



Der Winkel  $\alpha$  des rechtwinkligen Dreiecks wird durch Bestimmung von  $a = 1.25 \pm 0.01 \text{ m}$  und  $b = 0.93 \pm 0.01 \text{ m}$  gemessen. Schätzen Sie den relativen Fehler von  $\alpha$  im Bogenmaß, der sich aus den Meßfehlern von  $a$  und  $b$  ergeben kann.

**8 Punkte**

**Aufgabe 3**

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke in der Form  $f(h) = \mathbf{O}(h^\alpha)$  und  $(f(h) = \mathbf{o}(h^\alpha))$ ,  $\alpha$  maximal, für  $h \rightarrow 0$ , bzw. in der Form  $g(n) = \mathbf{O}(n^\beta)$  und  $g(n) = \mathbf{o}(n^\beta)$ ,  $\beta$  minimal für  $n \rightarrow \infty$

1.  $f(h) = 4(h^3 + h^2) - h^4$ ,
2.  $f(h) = (e^h - e^{-h})/2h - 1$ ,
3.  $g(n) = 4(n^3 + n^2) - n^4$ ,
4.  $g(n) = \frac{1}{|\ln(\ln n)|}$ .

**4 Punkte**

**Aufgabe 4**

Untersuchen Sie die Auswertung der trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus. Für welche Argumente ist ihre Berechnung gut, für welche schlecht konditioniert? **2 Punkte**

**Abgabe:** Freitag, den 02.11.2007 bis 10.00 Uhr.