

Numerische Mathematik I

2. Übung

Aufgabe 1

Der Ausdruck

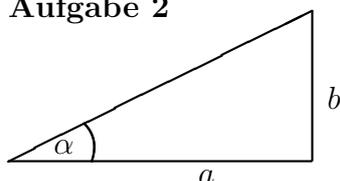
$$f = (\sqrt{2} - 1)^6 \quad (1)$$

soll ausgewertet werden, indem für $\sqrt{2}$ der Näherungswert 1.4 verwendet wird. Man kann den Näherungswert entweder in (1) oder in einen der folgenden äquivalenten Ausdrücke einsetzen:

$$\frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^6}, \quad (3 - 2\sqrt{2})^3, \quad \frac{1}{(3 + 2\sqrt{2})^3}, \quad 99 - 70\sqrt{2}, \quad \frac{1}{99 + 70\sqrt{2}}$$

Zeigen Sie, dass diese Ausdrücke tatsächlich äquivalent sind. Wie groß ist der relative Fehler bei den sechs Näherungen? **6 Punkte**

Aufgabe 2



Der Winkel α des rechtwinkligen Dreiecks wird durch Bestimmung von $a = 1.25 \pm 0.01 \text{ m}$ und $b = 0.93 \pm 0.01 \text{ m}$ gemessen. Schätzen Sie den relativen Fehler von α im Bogenmaß, der sich aus den Meßfehlern von a und b ergeben kann.

8 Punkte

Aufgabe 3

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke in der Form $f(h) = \mathbf{O}(h^\alpha)$ und $(f(h) = \mathbf{o}(h^\alpha))$, α maximal, für $h \rightarrow 0$, bzw. in der Form $g(n) = \mathbf{O}(n^\beta)$ und $g(n) = \mathbf{o}(n^\beta)$, β minimal für $n \rightarrow \infty$

1. $f(h) = 4(h^3 + h^2) - h^4$,
2. $f(h) = (e^h - e^{-h})/2h - 1$,
3. $g(n) = 4(n^3 + n^2) - n^4$,
4. $g(n) = \frac{1}{|\ln(\ln n)|}$.

4 Punkte

Aufgabe 4

Untersuchen Sie die Auswertung der trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus. Für welche Argumente ist ihre Berechnung gut, für welche schlecht konditioniert? **2 Punkte**

Abgabe: Freitag, den 02.11.2007 bis 10.00 Uhr.