

Numerische Mathematik I
3. Übung

Aufgabe 1

- (i) Bestimmen Sie die LR -Zerlegung der folgenden Matrizen durch das Verfahren von Crout/Dolittle:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

- (ii) Lösen Sie mit Hilfe von Teil (i) das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

5+2 Punkte

Aufgabe 2

Invertieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe des Verfahrens von Gauß. Überführen Sie dabei die Matrix A zuerst mit elementaren Zeilenumformungen in eine obere Dreiecksmatrix und im zweiten Schritt in die Einheitsmatrix E_4 .

5 Punkte

Aufgabe 3

Die $n \times n$ -Matrizen

$$L_i = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & l_{i+1,i} & \ddots & \\ & & \vdots & & \ddots \\ & & l_{n,i} & & & 1 \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, n-1$$

heißen elementare untere Dreiecksmatrizen.

(i) Berechnen Sie L_i^{-1} .

(ii) Beweisen Sie:

$$L_1 \cdot L_2 \cdots L_n = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ l_{2,1} & \ddots & & \\ \vdots & \ddots & 1 & \\ l_{n,1} & \cdots & l_{n,n-1} & 1 \end{pmatrix}.$$

2+2 Punkte

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die regulären unteren Dreiecksmatrizen mit Einsen auf der Hauptdiagonalen und die regulären oberen Dreiecksmatrizen jeweils eine Gruppe bilden. Sind diese Gruppen abelsch?

4 Punkte

Abgabe: Donnerstag, den 08.11.2007 bis 12.00 Uhr.