Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl. Math. Katrin Siemko

25. Januar 2008

Numerische Mathematik I

13. Übung

Aufgabe 1

Sei $p(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$. Berechnen Sie mit Hilfe des vollständigen Horner-Schemas die Taylor-Reihe $T_{p,x_0}(x)$ von $p(x)$

(i) im Entwicklungspunkt $x_0 = i$ mit $i^2 = -1$.

(ii) im Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

2+2 Punkte

Aufgabe 2

(i) Es sei $p \in \mathbb{R}[x]$ ein Polynom mit Nullstelle α. Desweiteren sei $p_1(x) := \frac{p(x)}{x-\alpha}$.
Zeigen Sie, dass die folgende Gleichung gilt:

$$\frac{p_1'(x)}{p_1(x)} = \frac{p'(x)}{p(x)} - \frac{1}{x-\alpha}$$

(ii) Sei $p(x) = 3x^4 - 25x^3 + 28x^2 + 3x - 4$. $\alpha = \frac{4}{3}$ ist eine Nullstelle von $p(x)$.
Berechnen Sie mit der Iterationsvorschrift

$$x_{n+1} = x_n - \frac{1}{\frac{p'(x_n)}{p(x_n)} - \frac{1}{x_n - \alpha}}$$

und dem Startwert $x_0 = 1$ die Näherungen x_1, x_2, x_3 an eine weitere Nullstelle von $p(x)$.

2+2 Punkte

Aufgabe 3

Bringen Sie die folgenden Matrizen auf Hessenberggestalt:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 2 & 0 & 10 & 3 \\ 1 & -6 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -4 \\ 2 & 18 & 10 & 10 \\ 4 & 10 & 31 & 18 \\ -4 & 10 & 18 & 41 \end{pmatrix}.$$

3+3 Punkte

Aufgabe 4
Führen Sie mit dem Startwert $\lambda^{(0)} = 2.5$ für die Hessenbergmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -13 & -25 \\ 4 & 13 & 29 & 60 \\ 0 & -2 & -15 & -48 \\ 0 & 0 & 5 & 18 \end{pmatrix}$$

zwei Iterationsschritte der Methode von Hyman aus. **6 Punkte**

Abgabe: Donnerstag, den 31.01.2008 bis 12.00 Uhr.