Prof. Dr. G. Rosenberger
Dipl.-Math. T. Camps

Ausgabe: 5.12.2007
Abgabe: 12.12.2007, 12.00 Uhr

Mengentheoretische Topologie

Übungsblatt 8

Aufgabe 29

Überprüfen Sie, ob die topologische Gruppe $\mathrm{GL}\,(n,\mathbb{R})$ zusammenhängend ist (vgl. Aufgabe 25).

Aufgabe 30

Es seien

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; 0 \leq x \leq 1,\, y = \tfrac{x}{n},\, n \in \mathbb{N}\right\}$$

und

$$B = \left\{(x,0) \;\middle|\; \tfrac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}.$$

Bestimmen Sie die Zusammenhangskomponenten und Wegekomponenten von $A \cup B$.

Aufgabe 31

Für $n > 1$ sei eine Teilmenge $A \subset \mathbb{R}^n$ definiert durch:

$$A := \left\{(x_1,\ldots,x_n) \in \mathbb{R}^n \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{zu jedem } i \in \{1,\ldots,n\} \\ \text{existieren } r,j \in \mathbb{Z} \text{ mit } x_i = \frac{r}{2^j} \end{array}\right\}.$$

Bestimmen Sie die Wegekomponeneten von $\mathbb{R}^n \setminus A$.

Aufgabe 32

a) Es seien X, Y topologische Räume, Y sei wegezusammenhängend. Seien weiter $f, g : X \to Y$ nullhomotope Abbildungen, d.h. f und g sind homotop zu konstanten Abbildungen. Zeigen Sie: Dann ist $f \simeq g$ (f homotop g).

b) Ist $f : X \to S^n$ nicht surjektiv, so ist f nullhomotop.