Übungen zur Vorlesung

Analysis II (Lehramt)

Sommersemester 2008

Blatt 1

7.04.2008

1. Man entscheide, ob folgende uneigentliche Integrale konvergieren:

a) $\displaystyle\int_{1\downarrow}^{2} \frac{dx}{\log x}$, b) $\displaystyle\int_{1}^{\uparrow\infty} \sin^2 \frac{1}{x} dx$, c) $\displaystyle\int_{0}^{\uparrow\infty} x^2 e^{-x} dx$, d) $\displaystyle\int_{0}^{\uparrow\infty} x^x e^{-x^2} dx$.

<u>Hinweise</u>: Beweisen Sie für $x > 0$ die Ungleichung $\log x \leq x - 1$ und verwenden Sie diese für Abschätzungen in a) und d). Bei b) verwenden Sie eine passende Substitution und bei c) partielle Integration.

2. Man berechne Partialbruchzerlegung und Stammfunktionen zu den rationalen Funktionen $\dfrac{4x^5}{x^4 - 2x^2 + 1}$ und $\dfrac{3x^2 + 7x - 1}{x^3 - 3x - 2}$.

3. Man zeige $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^2}{1 + x^4} dx = \int_0^\infty \frac{dx}{1 + x^4}$.

<u>Hinweis</u>: man substituiere $x = \frac{1}{y}$.

4. Für folgende Funktionen bestimme man Stammfunktionen über geeigneten Intervallen:

a) $\dfrac{1}{\sin x}$, b) $\dfrac{1}{\sinh x}$, c) $\dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$, d) $\dfrac{3 \cos x \sin^2 x}{1 + \sin^2 x}$.

Abgabe am 14.04.2008, 12 Uhr.