technische universität
dortmund

Dr. F. Guiaş

Übungen zur Vorlesung

# Analysis II (Lehramt)

Sommersemester 2008

## Blatt 3

21.04.2008

**Aufgabe 1**
Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{2^k}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^k}{k^{k+1}}$ c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$ d) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\log(k)}$.

**Aufgabe 2**
Sei $(a_n)$ eine monoton fallende Nullfolge, $a_n \geq 0$ und

$$s_n := \sum_{k=0}^{n} (-1)^k a_k.$$

Man zeige für $m, n \in \mathbb{N}, m \geq n$:

$$|s_m - s_n| \leq a_n.$$

**Aufgabe 3**
Berechnen Sie $\limsup_{n\to\infty} a_n$ und $\liminf_{n\to\infty} a_n$ der Folge $(a_n)$, die definiert ist durch:

$$a_n := \frac{n + (-1)^n(2n+1)}{n} \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

**Aufgabe 4**
Eine natürliche Zahl $m$ heißt *Gipfelstelle* der Folge $(a_n)$, falls gilt: $a_m > a_k$ für alle $k > m$. Bestimmen Sie alle Gipfelstellen der Folge

$$a_n = \frac{(-1)^{[\sqrt{n}]}}{n}.$$

$[\cdot]$ bezeichnet dabei die Gaußklammer.

---

*Geänderte Abgabe:* Abgabe am 25.04.2008, 12 Uhr.