technische universität
dortmund

Dr. F. Guiaş

Übungen zur Vorlesung

# Analysis II (Lehramt)

Sommersemester 2008

## Blatt 4

28.04.2008

### Aufgabe 1.

Es sei $(a_n) \subset \mathbb{R}$ eine Folge mit der Eigenschaft $|a_{n+1} - a_n| \to 0$ für $n \to \infty$.
Folgt daraus die Konvergenz von $(a_n)$?

### Aufgabe 2.

**a)** Beweisen Sie, dass die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ konvergent ist und berechnen Sie ihre Summe.

**b)** Für eine Folge $(a_n) \subset \mathbb{R}$ gelte die Bedingung

$$\exists C > 0,\, l \in \mathbb{N}\ \forall n \geq l : |a_{n+1} - a_n| \leq C \cdot \frac{1}{n^2 + n}.$$

Zeigen Sie die Konvergenz von $(a_n)$.
Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass $(a_n)$ eine Cauchy-Folge ist.

### Aufgabe 3.

Es sei $\sum a_k$ absolut konvergent und $(b_k)$ sei eine beschränkte Folge. Man zeige, dass $\sum a_k b_k$ absolut konvergiert. Konvergiert $\sum a_k b_k$ auch, falls $\sum a_k$ konvergent, aber nicht absolut konvergent ist?

### Aufgabe 4.

Die Funkionen $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$f_n(x) := \frac{n}{n^2 + x^2} \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

Untersuchen Sie die Funktionenfolge $(f_n)$ auf punktweise und auf gleichmäßige Konvergenz.

---

Abgabe am 02.05.2008, 12 Uhr.