Übungen zur Vorlesung

Analysis II (Lehramt)

Sommersemester 2008

Blatt 14

04.07.2008

Aufgabe 1.

Berechnen Sie die lokalen Extremstellen der folgenden Funktionen.

a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) := 2x^3 - 3x^2 + 2y^3 + 3y^2$,

b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $g(x, y) := (4x^2 + y^2) \cdot \exp(-x^2 - 4y^2)$.

Aufgabe 2.

Es seien $a_1, \ldots, a_r \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Bestimmen Sie auf $\mathbb{R}^n$ das Minimum der Funktion

$$f(x) := \sum_{k=1}^{r} |x - a_k|^2.$$

Aufgabe 3.

Berechnen Sie für die Funktion $u(x, y) := 3xy^2 - x^3 + 4x^2 + 4y^2$ alle lokalen Extrema auf der Kreislinie S^1

a) durch Auflösen der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 0$ nach y,

b) mit Hilfe des Lagrange-Multiplikators,

c) mit der notwendigen Bedingung wie in 42.6 b),

d) mit Hilfe der Abbildung $E : t \mapsto (\cos t, \sin t)^T$ von $\mathbb{R}$ auf S^1.

Aufgabe 4.

Sei $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid |x| = 1\}$ und $a = (1, 1, 1)^T$. Bestimmen Sie das Minimum und das Maximum von $f : S^2 \to \mathbb{R}$, $f(x) := d(x, a)$, wobei d der euklidische Abstand in $\mathbb{R}^3$ ist.
Hinweis: Betrachten Sie zunächst d^2 statt d.

Abgabe am 11.07.2008, 12 Uhr.