

9. Übungsblatt zu Analysis II
SS 2008, 3.6.2008

Aufgabe 32 Es sei X eine Menge von Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die gleichgradig stetig ist. Es sei $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine gleichmäßig stetige Funktion. Zeigen Sie, dass $g(X) = \{g \circ f : f \in X\}$ gleichgradig stetig ist.

Aufgabe 33 Stellen Sie für die folgenden Matrizen die quadratische Form auf und untersuchen Sie diese auf Definitheit.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 34 Es sei $A = (a_{jk})$ eine symmetrische $(n \times n)$ -Matrix und Q_A ihre quadratische Form. Zeigen Sie:

a) Gilt $|a_{jk}| \leq 1$ für alle $j, k = 1 \dots n$ so gilt für $x \in \mathbb{R}^n$:

$$|Q_A(x)| \leq \left(\sum_{j=1}^n |x_j| \right)^2$$

b) Gilt $a_{jk} = 1$ für alle $j, k = 1 \dots n$, so ist Q_A positiv semidefinit.

c) A ist genau dann positiv definit, wenn es ein $\alpha > 0$ gibt mit $Q_A(x) \geq \alpha|x|$.

Aufgabe 35 Es seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie, dass für $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $F(x, y) := f(x)g(y)$ eine differenzierbare Funktion definiert ist und drücken Sie die Ableitung von F durch f' und g' aus.

Abgabe: In den Übungen am 10. Juni 2008.

Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter:

www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ss08