Prof. Dr. Norbert Steinmetz

Fakultät für Mathematik
Technische Universität Dortmund

11. Übungsblatt zu Analysis II
SS 2008, 17.6.2008

Aufgabe 40 Bestimmen Sie

a) das zweite Taylorpolynom um $(1, -1)$ von $f(x, y) = e^{x^2-y^2}$,

b) das dritte Taylorpolynom um $(0, 0, 0)$ von $g(x, y, z) = \sin(z \cos y)$ und

c) die Tangentialebene im Punkt $(1, 1, 1)$ für $h(x, y) = \dfrac{x^y}{y^x}$.

Aufgabe 41 Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ in

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > -1\}$$

mit

$$f(x, y, z) = 4x^2 - x^2y^2 + 7y^2 - 12yz + 12z^2.$$

Aufgabe 42 Es sei $f \in C^2(\mathbb{R})$ eine Funktion, deren Ableitung genau eine Nullstelle a besitzt.

a) Zeigen Sie, dass f in a ein globales Minimum besitzt, falls $f''(a) > 0$ ist.

b) Zeigen Sie, dass der Gradient der Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $g(x, y) = 2x^3 + 3e^{2y} - 6xe^y$ genau eine Nullstelle $a \in \mathbb{R}^2$ besitzt mit $H_f(a) > 0$. Ist das Minimum global?

Aufgabe 43 Für ein Gebiet $D \subset \mathbb{R}^2$ sei $f \in C^2(D, \mathbb{R})$ mit $f_{xx} + f_{yy} > 0$ in D. Beweisen Sie, dass f kein lokales Maximum in D hat.

Abgabe: In den Übungen am 24. Juni 2008.
Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter:
`www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ss08`