

14. Übungsblatt zu Analysis II
SS 2008, 8.7.2008

Aufgabe 52 Berechnen Sie für $T > 0$ die folgenden Bogenlängen.

- a) $\gamma : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $\varphi(t) = (\cos t, \sin t, t)$ (Schraubenlinie)
- b) $\gamma : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $\varphi(t) = (t \cos t, t \sin t)$ (Archimedische Spirale)
- c) Der Graph von $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ (Neilsche Parabel) mit $x \in [0, \frac{4}{9}]$

Aufgabe 53 Für $\kappa > 0$ sei $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ durch $\gamma(t) = \frac{1}{\cosh \kappa t} (\cos t, \sin t, \sinh \kappa t)$ definiert.

- a) Berechnen Sie $\|\gamma(t)\|_2$ und $\lim_{T \rightarrow \pm\infty} \gamma(T)$. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.
- b) Berechnen Sie die Länge von γ .

Aufgabe 54 Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale.

- a) $\int_{\gamma} xy \, ds$ mit $|\gamma| = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ und } x, y \geq 0\}$.
- b) $\int_{\gamma} v \, dx$ mit $v(x, y) = (-y(x^2 + y^2), xy - x)$ und $|\gamma| = \{(\cos t, \sin t) : t \in [0, 2\pi]\}$

Aufgabe 55 Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen Gradientenfelder sind. Bestimmen Sie im Fall der Existenz ein Potential.

- a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(x, y) = ((x^2 + y^2 - 1)x, (x^2 + y^2 + 1)y)$
- b) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $f(x, y, z) = (x^2, ye^z, ze^x)$
- c) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $f(x, y, z) = ((-\sin x + y \cos x)e^{xy}, xe^{xy} \cos x + 3, z^2)$

Abgabe: In den Übungen am 15. Juli 2008. Informationen zur Vorlesung finden Sie auch unter: