## 1. Übungsblatt zu "Gewöhnliche Differentialgleichungen" Sommersemester 2008

Abgabetermin: Mittwoch, 16.4.08, bis 10.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 1:** Es seien  $D \subseteq \mathbb{K}^n$  offen und  $f: D \to \mathbb{K}^n$  mit  $f = (f_1, \dots, f_n)$ . Zeigen Sie, dass f genau dann lokal Lipschitz-stetig ist, wenn  $f_j$  lokal Lipschitz-stetig ist für alle  $j \in \{1, \dots, n\}$ .

**Aufgabe 2:** Es seien  $\rho, \omega > 0$ . Transformieren Sie die Differentialgleichung

$$\ddot{x} + 2\rho\dot{x} + \omega^2\sin x = 0$$

in ein System

$$\dot{X} = F(t, X)$$

und zeigen Sie, dass F lokal Lipschitz-stetig bezüglich x ist.

**Aufgabe 3:** Es seien  $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{C})$  und  $v \in \mathbb{C}^n$ . Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\frac{du}{dz} = Au, \ u(0) = v$$

- a) durch explizite Picard-Iteration
- b) mit einem Potenzreihenansatz

und zeigen Sie, dass die Lösung eine ganze Funktion ist.

**Aufgabe 4:** Im Folgenden bezeichne P die Lebensdauerfunktion und s die Sterberate (siehe 2.2 der Vorlesung).

a) Berechnen Sie für

$$s(t) = \alpha e^{\beta t}$$
 bzw.  $s(t) = \frac{\alpha}{1+t}$ 

mit  $\alpha,\beta>0$ jeweils P, Halbwertszeit und Lebenserwartung.

b) Es seien  $t_0 > 0$  und P gegeben. Berechnen Sie die Lebensdauerfunktion  $P_{t_0}$  für die Individuen, die zum Zeitpunkt  $t_0$  noch leben, und deren Lebenserwartung.