Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fakultät für Mathematik
TU Dortmund

2. Übungsblatt zu „Gewöhnliche Differentialgleichungen“ Sommersemester 2008

Abgabetermin: Mittwoch, 23.4.08, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 5: Ein Körper habe die Temperatur $h(t)$ und befinde sich in einem kälteren Medium (zum Beispiel Luft oder Wasser) der Temperatur $A(t)$. Diese werde beschrieben durch $A(t) = A_0 - \gamma t$ mit $A_0, \gamma > 0$ (Abkühlung). Das *Newtonsche Abkühlungsgesetz* ist die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{h} \;=\; -\beta(h - A)\,,\; h(0) \;=\; h_0$$

mit $\beta, h_0 > 0$. Leiten Sie das Newtonsche Abkühlungsgesetz her.

Aufgabe 6: Betrachten Sie die Wachstumsprozesse mit folgenden Wachstumsraten (siehe 2.11 der Vorlesung).

a) $W(x) = a - bx^2$ mit $a, b > 0$

b) $W(x,t) = ae^{-bt}$ mit $a, b > 0$

Lösen Sie jeweils das zugehörige Anfangswertproblem, und bestimmen Sie Wendestellen und asymptotisches Verhalten der Lösungen.

Aufgabe 7: Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der folgenden Differentialgleichung.

$$\dot{x} + \frac{3}{t}\,x - \frac{4}{t^2}\,x^2 \;=\; 1$$

Hinweis: Es existiert ein $a \in \mathbb{R}$, so dass $\varphi(t) = at$ eine Lösung ist.

Aufgabe 8: Approximieren Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{x} \;=\; t - x - x^2\,,\; x(0) \;=\; 1\,,$$

indem Sie für einen Potenzreihenansatz

$$x(t) \;=\; \sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k$$

die Koeffizienten $a_0, \ldots, a_3$ berechnen.