Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fakultät für Mathematik
TU Dortmund

6. Übungsblatt zu „Gewöhnliche Differentialgleichungen“ Sommersemester 2008

Abgabetermin: Mittwoch, 21.5.08, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 21: Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{x} \;=\; 2x\,,\; x(0) \;=\; 1$$

zunächst direkt und dann mit dem Eulerschen Polygonzugverfahren.

Aufgabe 22: Beweisen Sie das *verallgemeinerte Lemma von Gronwall* :
Es seien I ein Intervall und $g, h \in \mathcal{C}(I)$ mit $g, h \geq 0$ auf I. Es gebe $\tau \in I$ und $B \geq 0$ mit

$$g(t) \;\leq\; \left| \int_\tau^t g(s)h(s)\,ds \right| + B \quad \text{für alle } t \in I\,.$$

Dann folgt

$$g(t) \;\leq\; Be^{\left|\int_\tau^t h(s)\,ds\right|} \quad \text{für alle } t \in I\,.$$

Aufgabe 23: Bestimmen Sie die Lösungen des Systems

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \;=\; \begin{pmatrix} \alpha x - y - x^3 - xy^2 \\ x + \alpha y - x^2 y - y^3 \end{pmatrix}$$

und untersuchen Sie den Verlauf der Lösungskurven in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 24: Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{x} \;=\; (x + t - 4)^2\,,\; x(\pi) \;=\; 4 - \pi$$

mit maximalem Definitionsintervall.