7. Übungsblatt zu „Gewöhnliche Differentialgleichungen“ Sommersemester 2008

Abgabetermin: Mittwoch, 28.5.08, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 25: Es sei (f_n) eine Folge in $C^\infty[a, b]$ mit

$$\sup\{\|f_n^{(k)}\|_{\text{sup}} \mid n \in \mathbb{N}\} < \infty$$

für alle $k \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie, dass (f_n) eine Teilfolge (f_{n_j}) hat, für die $(f_{n_j}^{(k)})$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$ gleichmäßig konvergiert.

Aufgabe 26: Es sei $\alpha > 0$. Berechnen Sie eine Lösung von

$$\ddot{x} + 6\dot{x} + 25x = \cos(\alpha t)$$

- a) mit einem geeigneten Ansatz,
- b) mittels Variation der Konstanten.

Aufgabe 27: Es seien $b \in C[0, \infty)$ und φ die Lösung des Anfangswertproblems

$$\ddot{x} = b(t)x, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

Weiter sei $b(t) \geq 0$ für $t \geq 0$. Zeigen Sie $\varphi(t) \geq 0$ für $t \geq 0$ und $\varphi(t) \rightarrow \infty$ für $t \rightarrow \infty$.

Aufgabe 28: Lösen Sie

$$\dot{x}_1 = \frac{2}{t}x_1 + x_2 - t$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{t}x_1 + x_2 + 1 - 2t$$

mit dem Reduktionsverfahren von d'Alembert.

Hinweis: Eine Lösung des zugehörigen homogenen Systems ist $x(t) = (t, -1)^T$.