Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fakultät für Mathematik
TU Dortmund

10. Übungsblatt zu „Gewöhnliche Differentialgleichungen“ Sommersemester 2008

Abgabetermin: Mittwoch, 18.6.08, bis 10.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 37: Es seien $\rho \geq 0$ und $\omega, A > 0$. Lösen sie die Differentialgleichung

$$\ddot{x} + 2\rho\dot{x} + \omega^2 x \;=\; A\,|\sin t|$$

mittels Fourier-Entwicklung.

Aufgabe 38: Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten der skalaren Differentialgleichung

$$\dot{x} \;=\; \alpha x + \beta x^3$$

für $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 39: Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten folgender Systeme.

a) $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + y^2 \\ -y + x^2 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -xy^4 \\ -x^4 y \end{pmatrix}$ im Nullpunkt

Hinweis zu b): Verwenden Sie die Ljapunov-Funktion $L(x, y) = x^4 + y^4$.

Aufgabe 40: Es seien $A, B \in \mathbb{M}_{\mathbb{R}}(n)$ mit $B^T = -B$, $\beta \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ und $\gamma \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ mit $\gamma(0) = 0$. Finden Sie Bedingungen an A und γ, so dass für das System

$$\dot{x} \;=\; Ax + \beta(x)Bx + \gamma(x)$$

der Nullpunkt

a) stabil

b) asymptotisch stabil

c) instabil

ist.

Hinweis: Verwenden Sie die Ljapunov-Funktion $L(x) = |x|^2$.