Blatt 2 vom 17.04.08

(Abgabe am 22.04 bzw. 23.04 in den Übungen)

Aufgabe 1:
Sind folgende Gleichungen im Allgemeinen richtig oder falsch? Begründen Sie ihre Antwort:

a) $\lfloor \frac{(n+1)^2}{2} \rfloor = \lfloor \frac{n^2}{2} \rfloor + n$

b) $\lfloor \frac{n+k}{2} \rfloor = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + \lfloor \frac{k}{2} \rfloor$

Aufgabe 2:
Beweisen Sie per vollständiger Induktion:

a) Definiere eine Folge rekursiv durch $a_1 = 2$; $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$. Dann gilt $a_n = \frac{n+1}{n}$

b) Für die Glieder der Fibonacci-Folge $F_1 = 1$; $F_2 = 1$; $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ gilt:

1) $1 + F_1 + F_2 + \ldots + F_n = F_{n+2}$
2) $F_n^2 + F_n \cdot F_{n+1} - F_{n+1}^2 = (-1)^{n+1}$

Aufgabe 3:

Betrachten Sie ein Schachbrett, bei dem 2 diagonal gegenüber liegende Eckfelder entfernt wurden. Ist es möglich, das Schachbrett mit Dominosteinen zu überdecken (d.h. die Dominosteine dürfen auch nicht über das Brett herausragen), die jeweils eine Größe von zwei Schachfeldern haben?

Aufgabe 4:

Meine Frau und ich besuchten letztens eine Party, bei der 4 andere Ehepaare anwesend waren. Die Hände wurden geschüttelt. Keiner schüttelte die Hände mit sich selbst oder mit seinem Ehepartner, und keiner schüttelte die Hände mit einer Person mehr als einmal. Nachdem alle Begrüßungen vorbei waren, fragte ich jeden (inklusive meiner Frau), wie viele Hände er/sie geschüttelt hätten. Zu meiner Überraschung gab mir jeder eine andere Antwort. Wie viele Hände schüttelte meine Frau?