Blatt 5 vom 7.05.08

(Abgabe am 15.05 bzw. 16.05 in den Übungen)

Aufgabe 1:

a) Eine Lieferung von 100 Glühbirnen enthält 8 defekte Glühbirnen, Auf wie viele Arten kann der Lieferung eine Stichprobe von 20 Glühbrinen entnommen werden, so dass genau zwei defekte darunter sind?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem zufällig gewählten k-stelligen Wort über dem Alphabet $\{A, B, \ldots, Z\}$ die Buchstaben in strikt alphabetischer Reihenfolge auftreten.

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie den Koeffizienten

a) vor x^{20} in der Entwicklung von $(1+2x)^{10}(1-x^2)^6$

b) vor $v^2x^3y^3z^2$ in der Entwicklung von $(v+2x+3y+4z)^{10}$

Aufgabe 3:

Die Anzahl der k-elementigen Untermengen von $\{1, \ldots, m\}$. die kein Paar aufeinanderfolgende Zahlen enthalten, sei $f_{n,k}$.

a) Zeigen Sie, dass $f_{n,k} = \binom{n-k+1}{k}$

b) Zeigen Sie den Zusammenhang

$$\sum_{k=0}^{n} f_{n,k} = F_{n+2},$$

wobei F_{n+2} die $(n+2)$-te Fibonacci-Zahl ist.

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass jede natürliche Zahl n eine eindeutige Darstellung

$$n = \sum_{k \geq 0} a_k k!$$

hat mit $0 \leq a_k \leq k$ und $a_k \in \mathbb{N}$ für alle k.