

Funktionentheorie I

2. Übungsblatt, Sommersemester 2008

Aufgabe 1

Gegeben sei die Joukowski-Abbildung $J(z) := \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$. Bestimmen Sie die Bilder von $\{z : |z| = r\}$ für $r > 1$, $r = 1$ und $r < 1$ sowie von $\{z : \frac{1}{2} < |z| < 2\}$ unter J .

Aufgabe 2

Es sei $\mathbb{H} := \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ die obere Halbebene. Bestimmen Sie alle Möbiustransformationen, die $\mathbb{H}$ auf sich abbilden.

Aufgabe 3

- a) Bestimmen Sie für $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ die Bilder von $\{z : \operatorname{Re} z = x_0\}$ und $\{z : \operatorname{Im} z = y_0\}$ unter e^z .
- b) Bestimmen Sie das Bild von $\{z : 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{4}\}$ unter $\tan z$.

Hinweis zu b): $\tan z = -i \frac{e^{2iz} - 1}{e^{2iz} + 1}$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie eine konforme Abbildung des “Möndchens“ $\mathbb{D} \setminus \left\{ z : \left| z - \frac{1}{4} \right| \leq \frac{3}{4} \right\}$ auf den Einheitskreis $\mathbb{D}$.