TU Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 24. April 2008

Funktionentheorie I

4. Übungsblatt, Sommersemester 2008

Aufgabe 1
Untersuchen Sie das lokale Abbildungsverhalten von

a) $\dfrac{1}{1 - z^4 + z^6}$ in $z = 0$

b) $z^3 - 3z^2 + 6z$ in allen Punkten $z \in \mathbb{C}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie eine möglichst große Kreisscheibe $\{w \in \mathbb{C} : |w| < r\}$, in der die Funktion $f(z) = \sin z$ eine Umkehrfunktion besitzt, die 0 auf 0 abbildet.
Hinweis: Verwenden Sie die Joukowski-Abbildung!

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Maximalbetrag $M(r, f)$ für die Funktionen

a) $f(z) = e^{iz}$

b) $f(z) = \cos z$

Aufgabe 4

Es sei $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ holomorph mit $f(0) = 0$ und $\operatorname{Re} f(z) < A$ in $\mathbb{D}$. Zeigen Sie die Ungleichung von Borel-Caratheodory:

$$|f(z)| \leq \frac{2A|z|}{1 - |z|}$$