TU Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 1. Juli 2008

Funktionentheorie I

12. Übungsblatt, Sommersemester 2008

Aufgabe 1

Es sei S_j die Spiegelung am Kreis/ an einer Geraden K_j $(j = 1, 2)$. Zeigen Sie, dass die Hintereinanderausführung $S_1 \circ S_2$ eine Möbiustransformation ist.

Aufgabe 2

Konstruieren Sie eine konforme Abbildung von $\{z : \operatorname{Re} z > 0\} \setminus \{z : |z - 4| \leq 1\}$ auf einen Kreisring $\{w : 1 < |w| < r\}$.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Formel für die Spiegelung an dem durch $x^2 - y^2 = 1$ definierten Hyperbelast. Bestimmen Sie ein möglichst großes Gebiet, in dem diese Spiegelung definiert ist.

Aufgabe 4

Es sei E_n das regelmäßige n-Eck mit Eckpunkten in den n-ten Einheitswurzeln und es sei $F_n : \mathbb{D} \to E_n$ die konforme Abbildung mit $F_n(0) = 0$ und $F_n'(0) > 1$. Zeigen Sie:

$$F(w) = \frac{\displaystyle\int_0^w (1 - \zeta^n)^{-2/n}\, d\zeta}{\displaystyle\int_0^1 (1 - \zeta^n)^{-2/n}\, d\zeta}$$

(Hinweis: Die Wurzel ist so gewählt, dass $1^{-2/n} = 1$.)