TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. R. Brück
Dipl.-Math. I. Bednarek

Dortmund, 5. November 2008

Analysis I (Lehramt)

7. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 28 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 6.11.2008*

Es sei $A \subset \mathbb{R}$ eine Menge. Zeigen oder widerlegen Sie:

a) Ist s Minimum der Menge A, so ist s Infimum der Menge A.

b) Ist s Infimum der Menge A, so ist s Minimum der Menge A.

Aufgabe 29 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 6.11.2008*

Zeigen Sie, dass die Menge $\{1-\frac{1}{k} : k \in \mathbb{N}\}$ beschränkt ist, bestimmen Sie ihr Infimum und Supremum. Untersuchen Sie , ob die Menge ein Minimum und/ oder Maximum besitzt.

Aufgabe 30 *Hausaufgabe bis Dienstag, 11.11.2008 (2 Punkte)*

Es seien A, B nichtleere, beschränkte Teilmengen von $\mathbb{R}$.

a) Zeigen oder widerlegen Sie: Ist $A \subset B$, so ist $\inf A \geq \inf B$.

b) Überlegen Sie sich, wie sich $\sup(A \cup B)$ aus $\sup A$ und $\sup B$ berechnen lässt. Beweisen Sie ihre Formel.

Aufgabe 31 *Hausaufgabe bis Dienstag, 11.11.2008 (2 Punkte)*

Es sei $A \subset \mathbb{R}$ eine nichtleere, beschränkte Menge.

a) Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   (a) S ist Supremum von A

   (b) S ist obere Schranke von A und für jede weitere obere Schranke S' von A gilt $S \leq S'$.

   (c) Für alle $x \in A$ gilt $x \leq S$ und zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es ein $x_\varepsilon \in A$ mit $x_\varepsilon > S-\varepsilon$.

b) Formulieren Sie einen entsprechenden Satz für das Infimum.

Aufgabe 32 *Hausaufgabe bis Dienstag, 11.11.2008 (2 Punkte)*

Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen Infimum, Supremum, Minimum und Maximum besitzen und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.

a) $A := \left\{\frac{1}{2^n} : n \in \mathbb{N}\right\}$ b) $B := \left\{\frac{1}{n} - \frac{2}{m} : n, m \in \mathbb{N}\right\}$