

Analysis I (Lehramt)

12. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 55 *Präsenzaufgabe für Dienstag, 25.11.2008*

Untersuchen Sie auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

$$\text{a) } a_n = \frac{n!(n+1)^n}{(n+1)!n^n} \qquad \text{b) } b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n+1}$$

Aufgabe 56 *Präsenzaufgabe für Dienstag, 25.11.2008*

Zeigen oder widerlegen Sie:

- a) Jede konvergente Folge ist monoton. b) Jede monotone Folge ist konvergent.
- b) Jede streng monoton wachsende Folge ist unbeschränkt.

Aufgabe 57 *Hausaufgabe bis Donnerstag, 27.11.2008 (2 Punkte)*

Die Folge (a_n) sei rekursiv definiert durch $a_0 := \frac{1}{2}$ und $a_{n+1} := a_n^2 + \frac{3}{16}$. Berechnen Sie mit Hilfe eines Computeralgebrasystems (z.B. Maple) die ersten 50 Folgenglieder. Stellen Sie eine Vermutung auf, ob die Folge konvergiert oder nicht.

Hinweis: In Maple können Sie den Befehl "for" verwenden.

Aufgabe 58 *Hausaufgabe bis Donnerstag, 27.11.2008 (2 Punkte)*

Untersuchen Sie auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

$$\text{a) } a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \qquad \text{b) } b_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

Aufgabe 59 *Hausaufgabe bis Donnerstag, 27.11.2008 (2 Punkte)*

Es sei $a_n := \frac{n^n}{3^n n!}$.

- a) Zeigen Sie, dass die Folge (a_n) monoton fallend ist.
- b) Zeigen Sie, dass die Folge (a_n) konvergent ist und berechnen Sie ihren Grenzwert.