

Analysis I (Lehramt)

14. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 64 Präsenzaufgabe für Dienstag, 2.12.2008

Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folgen

$$\text{a) } a_n = \frac{(-1)^n n^3 + 2n^2}{3n^3 + n + 1} \qquad \text{b) } b_n = \frac{n^3 + (-1)^n 2n^2}{3n^3 + n + 1}$$

Aufgabe 65 Präsenzaufgabe für Dienstag, 2.12.2008

Es sei (a_n) eine Folge mit $a_{2n} \rightarrow a \in \mathbb{R}$ ($n \rightarrow \infty$) und $a_{2n+1} \rightarrow b \in \mathbb{R}$ ($n \rightarrow \infty$). Welche Häufungswerte hat die Folge (a_n) ? Wann ist sie konvergent?

Aufgabe 66 Hausaufgabe bis Donnerstag, 4.12.2008 (2 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie:

- Ist die Folge (a_n) konvergent und gilt für eine Teilfolge (a_{n_k}) noch $\lim_{k \rightarrow \infty} a_{n_k} = a$, so ist $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$.
- Gilt $a_n^2 \rightarrow 1$ ($n \rightarrow \infty$), so auch $a_n \rightarrow 1$ ($n \rightarrow \infty$).
- Gilt $a_{2n} \rightarrow a$ und $a_{3n} \rightarrow b$ ($n \rightarrow \infty$), so folgt $a = b$.
- Gilt $a_{2n+1} \rightarrow a$ und $a_{4n} \rightarrow b$ ($n \rightarrow \infty$), so folgt $a = b$.

Aufgabe 67 Hausaufgabe bis Donnerstag, 4.12.2008 (2 Punkte)

Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folgen

$$\begin{array}{ll} \text{a) } a_n = \frac{(-1)^n + n}{2 + (-1)^n n} & \text{b) } b_n = 5(-1)^n + 3(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \\ \text{c) } c_n = \left(1 + \frac{5}{n}\right)^n & \text{d) } d_n = \frac{n^2 2^n + 3(-1)^n n}{3^{n+1}} \end{array}$$

Hinweis zu c): Zeigen Sie $1 + \frac{5}{n} \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^5$.