

## Analysis I (Lehramt)

### 14. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

#### **Aufgabe 64** Präsenzaufgabe für Dienstag, 2.12.2008

Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folgen

$$\text{a) } a_n = \frac{(-1)^n n^3 + 2n^2}{3n^3 + n + 1} \qquad \text{b) } b_n = \frac{n^3 + (-1)^n 2n^2}{3n^3 + n + 1}$$

#### **Aufgabe 65** Präsenzaufgabe für Dienstag, 2.12.2008

Es sei  $(a_n)$  eine Folge mit  $a_{2n} \rightarrow a \in \mathbb{R}$  ( $n \rightarrow \infty$ ) und  $a_{2n+1} \rightarrow b \in \mathbb{R}$  ( $n \rightarrow \infty$ ). Welche Häufungswerte hat die Folge  $(a_n)$ ? Wann ist sie konvergent?

#### **Aufgabe 66** Hausaufgabe bis Donnerstag, 4.12.2008 (2 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie:

- Ist die Folge  $(a_n)$  konvergent und gilt für eine Teilfolge  $(a_{n_k})$  noch  $\lim_{k \rightarrow \infty} a_{n_k} = a$ , so ist  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ .
- Gilt  $a_n^2 \rightarrow 1$  ( $n \rightarrow \infty$ ), so auch  $a_n \rightarrow 1$  ( $n \rightarrow \infty$ ).
- Gilt  $a_{2n} \rightarrow a$  und  $a_{3n} \rightarrow b$  ( $n \rightarrow \infty$ ), so folgt  $a = b$ .
- Gilt  $a_{2n+1} \rightarrow a$  und  $a_{4n} \rightarrow b$  ( $n \rightarrow \infty$ ), so folgt  $a = b$ .

#### **Aufgabe 67** Hausaufgabe bis Donnerstag, 4.12.2008 (2 Punkte)

Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folgen

$$\begin{array}{ll} \text{a) } a_n = \frac{(-1)^n + n}{2 + (-1)^n n} & \text{b) } b_n = 5(-1)^n + 3(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \\ \text{c) } c_n = \left(1 + \frac{5}{n}\right)^n & \text{d) } d_n = \frac{n^2 2^n + 3(-1)^n n}{3^{n+1}} \end{array}$$

Hinweis zu c): Zeigen Sie  $1 + \frac{5}{n} \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^5$ .