TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. R. Brück
Dipl.-Math. I. Bednarek

Dortmund, 3. Dezember 2008

Analysis I (Lehramt)

15. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 68 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 4.12.2008*

a) Geben Sie eine unbeschränkte Folge mit Häufungswert an.

b) Bestimmen Sie den Limes inferior und den Limes superior der Folge $a_n = \dfrac{(-1)^n n^2 + 1}{2n^2 + (-1)^n}$.

Aufgabe 69 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 4.12.2008*

Es sei (x_n) eine Folge. Es gelte für alle $n \in \mathbb{N}$: $|x_{n+1} - x_n| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Zeigen Sie, dass (x_n) eine Cauchyfolge ist.

Aufgabe 70 *Hausaufgabe bis Dienstag, 9.12.2008 (2 Punkte)*

Bestimmen Sie den Limes inferior und den Limes superior der Folgen

a) $a_n = (-1)^n - 2(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ b) $b_n = \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n$ c) $c_n = \dfrac{n^2 + (n!)^{(-1)^n}}{n! + 2^n}$

Aufgabe 71 *Hausaufgabe bis Dienstag, 9.12.2008 (1 Punkt)*

Es sei (x_n) eine beschränkte Folge. Weiter gebe es ein $c \in \mathbb{R}$, so dass jede konvergente Teilfolge von (x_n) gegen c konvergiert. Zeigen oder widerlegen Sie: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = c$

Aufgabe 72 *Hausaufgabe bis Dienstag, 9.12.2008 (2 Punkte)*

a) Die Folge (a_n) sei rekursiv definiert durch $a_0 := 0$, $a_1 := 1$ und

$$a_{n+1} := \frac{5}{4}a_n - \frac{1}{4}a_{n-1}$$

für $n \geq 1$. Zeigen Sie, dass die Folge (a_n) konvergiert.

b) Die Folge (b_n) sei rekursiv definiert durch $b_0 := 0$, $b_1 := 1$ und

$$b_{n+1} := \frac{5}{4}b_n - \frac{1}{4}b_{n-1} + (-4)^{-n}$$

für $n \geq 1$. Zeigen Sie, dass die Folge (b_n) konvergiert.