

Analysis I (Lehramt)

20. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 97 *Präsenzaufgabe für Dienstag, 6.1. 2009*

Es sei $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \begin{cases} e^{\frac{x+1}{x-1}} & \text{für } x \neq 1 \\ 0 & \text{für } x = 1 \end{cases}$.

- Untersuchen Sie f auf Stetigkeit.
- Zeigen Sie, dass f streng monoton fallend ist.
- Bestimmen Sie den Bildbereich $f([-1, 1])$.
- Zeigen Sie, dass f eine stetige, streng monoton fallende Umkehrfunktion besitzt und bestimmen Sie f^{-1} explizit.
- Skizzieren Sie f und f^{-1} .

Aufgabe 98 *Hausaufgabe bis Donnerstag, 8.1. 2009 (2 Punkte)*

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \frac{x}{1 + |x|}$.

- Zeigen Sie, dass f streng monoton wachsend ist und bestimmen Sie $f(\mathbb{R})$.
- Skizzieren Sie den Graphen von f .
- Bestimmen und skizzieren Sie die Umkehrfunktion von f .

Aufgabe 99 *Hausaufgabe bis Donnerstag, 8.1. 2009 (1 Punkt)*

Gegeben sei die Funktion $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \log(1 + |x - 1|)$. Begründen Sie, dass f ein Minimum und ein Maximum annimmt und bestimmen Sie diese.

Aufgabe 100 *Hausaufgabe bis Donnerstag, 8.1. 2009 (2 Punkte)*

Gegeben sei die Funktion $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \log x^3 + e^x - \log x$.

- Zeigen Sie, dass f streng monoton wachsend ist und bestimmen Sie $f((0, \infty))$.
- Skizzieren Sie den Graphen von f .
- Zeigen Sie, dass f eine stetige, streng monoton wachsende Umkehrfunktion f^{-1} besitzt. Was ist $f^{-1}(e)$?