TU Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. R. Brück
Dipl.-Math. I. Bednarek

Dortmund, 7. Januar 2009

Analysis I (Lehramt)

21. Übungsblatt, Wintersemester 2008/09

Aufgabe 101 *Präsenzaufgabe für Donnerstag, 8.1.2009*

Gegeben sei die Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := x|x|$. Zeigen Sie, dass f auf $\mathbb{R}$ differenzierbar ist.

Aufgabe 102 *Hausaufgabe bis Dienstag, 13.1. 2009 (2 Punkte)*

Zeigen Sie:

a) $e^x \geq 1 + x$ für alle $x \in \mathbb{R}$

b) $\log x \leq x - 1$ für alle $x > 0$.

Aufgabe 103 *Hausaufgabe bis Dienstag, 13.1. 2009 (1 Punkt)*

Gegeben seien die Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} \quad \text{und } g(x) := \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}.$$

Skizzieren Sie die Graphen der beiden Funktionen, zum Beispiel mit Hilfe von Maple.

Aufgabe 104 *Hausaufgabe bis Dienstag, 13.1. 2009 (1 Punkt)*

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Es gebe ein $L > 0$ und ein $\alpha > 1$, so dass $|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|^\alpha$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass f differenzierbar ist.

b) Können Sie noch mehr über f aussagen?

Aufgabe 105 *Hausaufgabe bis Dienstag, 13.1. 2009 (2 Punkte)*

Es sei $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beschränkte Funktion und $f,\, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := xh(x)\,, \quad g(x) := x^2 h(x)\,.$$

a) Zeigen Sie, dass g in 0 differenzierbar ist und bestimmen Sie $g'(0)$.

b) Geben Sie ein Beispiel einer beschränkten Funktion h an so, dass f in 0 nicht differenzierbar ist.

c) Geben Sie eine Zusatzbedingung an h an so, dass f in 0 differenzierbar ist und bestimmen Sie $f'(0)$.